Syddansk Universitet
Det Tekniske Fakultet

Opgave 6

Givet:

En plade understøttet langs en kant og på to søjler

Pladens sidelinier $a := 4m$ $b := 3m$

Søjlens afstand fra hjørne $c := 1m$

Laster egenvægt $g_e := 3.6\frac{kN}{m^2}$

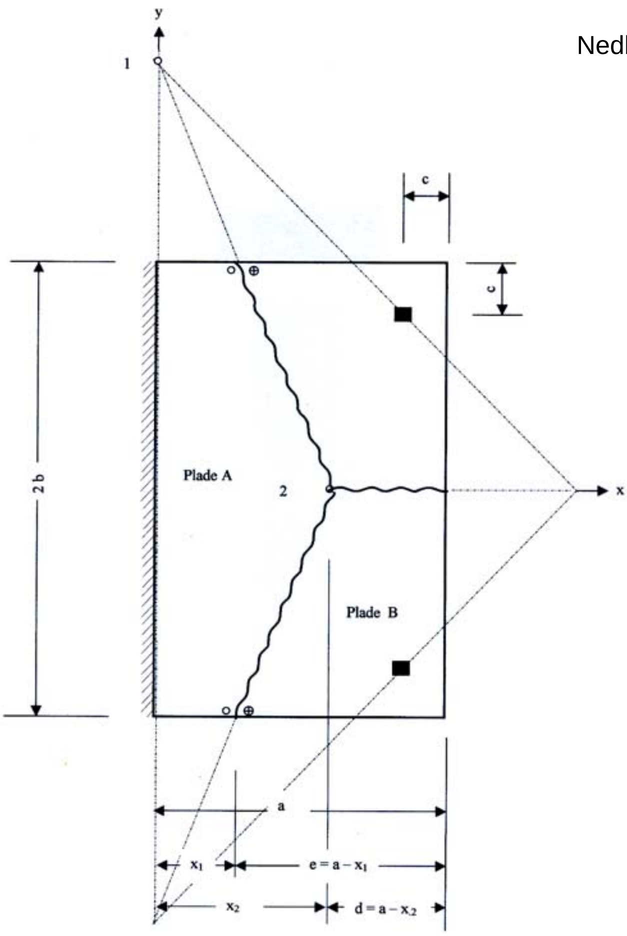
bevægelig $p := 3\frac{kN}{m^2}$

Partialkoefficienter $\gamma_g := 1$ $\gamma_p := 1.3$

Regningsmæssig last $q_s := \gamma_g \cdot g_e + \gamma_p \cdot p$ $q_s = 7.5 \times 10^{-3} MPa$

Brudfigur 1

Der skønnes en brudfigur med to variable - x1 og x2. Der vælges en virtuelnedbøjning i pkt. 2. Ved at lade den ene variable variere findes max x1 og dernæst lader vi den anden variere - der giver x2



Nedbøjning i - pkt 2 vælges til $\delta := 1m$

Ved forsøg

$x_1 := 1.0m$

$x_2 := 1.9m$

Pladedel A

Pladens vinkeldrejning $\Theta_A := \dfrac{\delta}{x_2}$

Det indre arbejde

$A_{iA} = 2 \cdot b \cdot m_p \cdot \Theta_A = K_A \cdot m_p$ hvor $K_A := 2 \cdot b \cdot \Theta_A$

Det ydre arbejde bestemmes ved anvendelse af formel fra side 9.

$A_{yA} := \dfrac{1}{6} q_s \cdot b \cdot \left(x_1^{\,2} + x_1 \cdot x_2 + x_2^{\,2}\right) \cdot \Theta_A \cdot 2$ $m_p := \dfrac{A_{yA}}{K_A}$ $m_p = 8.137 \times 10^3\ \mathrm{N}$

Vi tager nu hensyn til knudekraften

Brudliniens vinkel med "a" $v_Q := \operatorname{acot}\left(\dfrac{x_2 - x_1}{b}\right)$ $v_Q = 73.301\ \mathrm{deg}$

Knudekraften Q $Q := m_p \cdot \cot\left(v_Q\right)$ $Q = 2.441\ \mathrm{kN}$

Momentet for pladen $m_{pA} := \dfrac{A_{yA} - 2 \cdot Q \cdot x_1 \cdot \Theta_A}{K_A}$ $m_{pA} = 7.324 \times 10^3\ \mathrm{N}$

Pladedel B

Her findes arbejdet om henholdsvis x- og y-akserne som vist på side 10

$d := a - x_2$ $e := a - x_1$

Pladens drejninger $\Theta_{xB} := \dfrac{\delta}{b - c}$ $\Theta_{yB} := \dfrac{\delta}{d - c}$

Det indre arbejde

$A_{iB} = e \cdot m_p \cdot \Theta_{xB} + b \cdot m_p \cdot \Theta_{yB} = K_B \cdot m_p$ $K_B := e \cdot \Theta_{xB} + b \cdot \Theta_{yB}$

Det ydre arbejde, idet der i første omgang ses bort fra knudekraften

$$A_{yB} := \left[\frac{1}{2} \cdot (e - d) \cdot b \cdot \left(\frac{b}{3} - c\right) + d \cdot b \cdot \left(\frac{b}{2} - c\right)\right] \cdot \Theta_{xB} \cdot q_s \cdots$$
$$+ \left[\frac{1}{2} \cdot (e - d) \cdot b \cdot \left(d + \frac{e - d}{3}\right) + b \cdot d \cdot \left(\frac{d}{2} - c\right)\right] \cdot \Theta_{yB} \cdot q_s$$

Vi vil nu tage hensyn til, at der ikke er nogen bevægelig last på hjørnet udenfor drejningsaksen

Brudliniens skæring udenfor "b" $b_x := x_1 \cdot \tan\left(v_Q\right)$ $b_x = 3.333\ \mathrm{m}$

Drejningsaksen vinkel med siden "a" $v := \operatorname{atan}\left(\frac{a - c}{b_x + c}\right)$ $v = 34.695\,\text{deg}$

Grundlængden i trekanten gennem søjlen $L_b := \frac{c}{\sin(v)} + \frac{c}{\cos(v)}$ $L_b = 2.973\ \text{m}$

Højden i samme trekant $h_b := c\cdot\cos(v) + c\cdot\sin(v)$ $h_b = 1.391\ \text{m}$

Pladens vinkeldrejning $\Theta_B := \sqrt{\Theta_{xB}^2 + \Theta_{yB}^2}$ $\Theta_B = 1.038$

Det negative arbejde den bevægelige last udfører

$$A_{1B} := \frac{1}{6}\cdot p\cdot\gamma_p\cdot L_b\cdot h_b^2\cdot\Theta_B \qquad A_{1B} = 3.882 \times 10^3\ \text{J}$$

Momentet bestemmes idet der tages hensyn til knudekraften

$$m_{pB} := \frac{A_{yB} - A_{1B} + Q\cdot x_1\cdot\Theta_A}{K_B} \qquad m_{pB} = 7.914\,\text{kN}$$

Arbejdsligningen for de tre pladedele

Arbejdsligningent fra side 4 anvendes på de tre pladefelter A+2B herefter findes momentet til:

$$m_p := \frac{A_{yA} + 2\cdot A_{yB} - 2A_{1B}}{K_A + 2\cdot K_B} \qquad m_p = 7.753 \times 10^3\ \text{N}$$

For pladedel A alene $m_{pA} = 7.324 \times 10^3\ \text{N}$

Forplade del B alene $m_{pB} = 7.914 \times 10^3\ \text{N}$

Afstande $x_1 = 1\ \text{m}$ $x_2 = 1.9\ \text{m}$

Søjletrykket

Søjlelasten bestemmes ud fra arealet B med belastning p plus knudekraften Q ved den skrå brudlinie. Brudlinien der står vinkelret kanten giver ikke nogen knudekraft.

Søjletrykket - bestemt ved projektion på lodret af lasten på pladedel B.

$S := b \cdot \frac{d + e}{2} \cdot q_S + Q$ $\qquad S = 59.816\,\text{kN}$

Som alternativ bestemmer vi søjlelasten ved at tage momentet om understøtningslinien herved får vi.

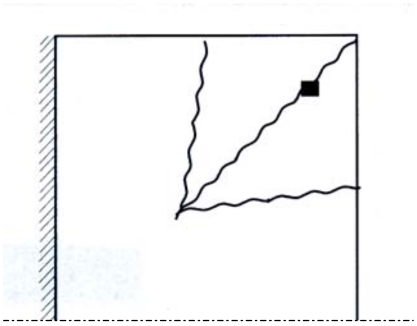
$S := \frac{1}{2} \cdot q_S \cdot b \cdot \frac{a^2}{a - c}$ $\qquad S = 60\,\text{kN}$ $\qquad$ det ser ud til at give det samme

Forhold ved hjørnesøjler - brudfigur 2

Med formel 90a fra side 19 finder vi:

$$S_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p}{p_c} \right)^{\frac{1}{3}} \right] = \omega \cdot m_s + (\omega - 1.14) \cdot m'_s + 4 \cdot x \cdot \sqrt{p \cdot (m_s + m'_s)}$$

Idet vi sætter



$m_s := m_p \qquad x := c$

$\omega := \frac{\pi}{2} \qquad p_c := 20\text{MPa}$

Ligningen løses ved at skønne det negative moment således at højre side bliver lig med venstre side

Det negative moment skønnes nu således at passe med søjlelasten $\qquad m'_s := 6.2 \cdot \text{kN}$

$$S_{1h} := \omega \cdot m_s + (\omega - 1.14) \cdot m'_s + 4 \cdot x \cdot \sqrt{q_s \cdot (m_s + m'_s)} \qquad S_{1h} = 55.77\,\text{kN}$$

$$S_{1v} := S \cdot \left[1 - \left(\frac{q_s}{p_c} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \qquad S_{1v} = 55.673\,\text{kN}$$

ok

Det skal nu bestemmes hvor langt overside armeringen skal føres forbi hjørnet.Vi anvender formlerne i "Brudlinieteorien" som angivet på side 20.

$x := c \qquad x = 1\text{ m}$ og $\xi := x \cdot \sqrt{\frac{q_s}{m_s}} \qquad \xi = 0.984$

Ved andvendelse af tabel IV (side 20) bestemmes T $\qquad T := 2.12$

Armeringens udstrækning bestemmes ved anvendelse af formlen side 20

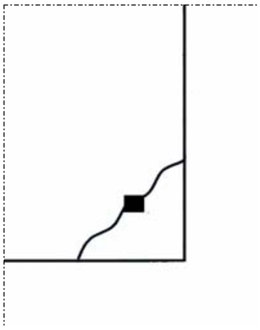
$$t := \frac{T}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right) \cdot \sqrt{\frac{q_s}{m_s}}} \qquad t = 3.048\text{ m}$$

Armeringen placeres over søjlen i et kvadratisk felt med sidelinien a - målt fra hjørnet

$$a_a := t \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \qquad a_a = 2.156\text{ m}$$

Hjørne - brudfigur 3

Tænkes en brudlinie gennem søjlen under 45 grader med sidelinierne finder vi:



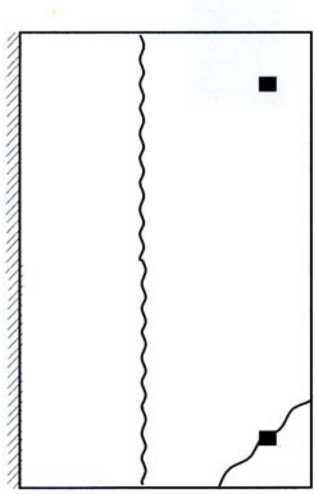
$$c\cdot\sqrt{2}\cdot m'\cdot\frac{\delta}{c\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{6}2\cdot\sqrt{2}\cdot c\cdot c\cdot\sqrt{2}\cdot p$$

$$m' := \frac{1}{6}2\cdot\sqrt{2}\cdot c\cdot c\cdot\sqrt{2}\cdot p \qquad m' = 2\,\mathrm{kN}$$

altså lidt mindre end det negative moment fundet for hjørnet

Brudlinie parallel understøtningen og parallel med de to søjler. Brudfigur

En brudlinie parallel med understøtningen undersøges, idet den bevægelige last kun regnes på arealet mellem understøtningen og de to søjler



Reaktionen på de to søjler

$$R := \frac{1}{2}\cdot g_e\cdot a^2\cdot 2\cdot b\cdot\frac{1}{a-c} + 2\cdot b\,\frac{1}{2}(a-c)\cdot p\cdot\gamma_p$$

$$R = 92.7\,\mathrm{kN}$$

Reaktionen på linie lejet

$$R_A := g_e\cdot 2\cdot b\cdot a + p\cdot\gamma_p\cdot(a-c)\cdot 2\cdot b - R$$

$$R_A = 63.9\,\mathrm{kN}$$

Max moment fra lejet $\quad x := \frac{R_A}{2\cdot b\cdot q_s} \qquad x = 1.42\ \mathrm{m}$

$$m_p := \frac{R_A\cdot x}{2\cdot b} - \frac{1}{2}\cdot q_s\cdot x^2 \qquad m_p = 7.562\,\mathrm{kN}$$

$kN := 1000N$

$MPa := \frac{N}{mm^2}$